EQUIPOS MICROPROGRAMABLES

5. SIMPLIFICACIÓN DE FUNCIONES

SIMPLIFICACIÓN DE FUNCIONES

- Simplificar funciones es hacer que la expresión algebraica tenga el mínimo número de términos y con el mínimo número de variables en cada término, pero respetando siempre el funcionamiento del sistema.
- Hay varios procedimientos de simplificación:
  - Algebraico (postulados del álgebra de Boole)
  - Gráfico (diagramas de Karnaugh)
  - Tabular (Quine-McCluskey)

SIMPLIFICACIÓN ALGEBRAICA

- Toma como referencia los postulados del álgebra de Boole.

1. $(AB)+(AB)=A$

A es factor común en los dos términos de la suma. Sacando fuera ese factor común:

$(AB)+(A\bar{B})=A\,(B+\bar{B})$; como $B+\bar{B}=1$, la ecuación pasaría a: $A(B+\bar{B})=A.1$; ya sabemos que $A\,.1=A$, luego $(AB)+(A\bar{B})=A$

- Esta es la simplificación más usada. Los otros métodos de simplificación se basan en ésta.

LEY DE ABSORCIÓN

2. $A+(A.B)=A$

Sacando A como factor común:

$A+(A\ .B)=A.(1+B)$ y como $1+B=1$,

$A\ .\ (1+B) = A\ .1 = A$

A esto se le conoce como Ley de absorción

3. $A\ .(A+B)=A$

Desarrollando el producto:

$A.(A+B)=(A.A)+(A.B)$; como $A.A=A$, queda: $(A.A)+(A.B)=A+(A.B)$, que ya hemos demostrado anteriormente que es igual a A. Esto es otra absorción

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA

4. $A + (\overline{A}.B) = A + B$

Usando la segunda propiedad distributiva:

$A + (\overline{A}B) = (A + \overline{A}).(A + B)$; sabiendo que $A + \overline{A} = 1$, quedaría

$(A + \overline{A}).(A + B) = 1.(A + B) = A + B$

5. $(A + \overline{B}).B = AB$

Aplicando la propiedad distributiva:

$(A + \overline{B}).B = (AB) + (\overline{B}.B)$ como $B.B = 0$,

$(A.B) + (\overline{B}.B) = (A.B) + 0 = A.B$

ELEMENTO NEUTRO

a) <u>sumar un 0</u>, que no altera la función, usando un término como $A.\bar{A}$

$S=(B.C)+(\bar{A}.B)+(C.A)$ en nada se altera si sumo $A.\bar{A}$

$S=(B.C)+(\bar{A}.B)+(C.A)+(A.\bar{A})$ sacando factores comunes A y B:

$S=[B.\ (C+\bar{A})]+[A.\ (C+\bar{A})]$ si ahora tomo $C+\bar{A}$ como factor común:

$S=(C+\bar{A}).\ (B+A)$

b) <u>Multiplicar por un 1</u>, que tampoco altera la función, usando un término que valga 1 como $A+\bar{A}$. Esto equivale a desglosar algo en su forma canónica.

$\underline{S = (A.C)+(\bar{A}.B)+(B.C)} = (A.C)+(\bar{A}.B)+[(B.C).\ (A+\bar{A})]=$

$S=(A.C)+(\bar{A}.B)+(B.C.A)+(B.C.\bar{A})$; B.C se ha puesto en forma canónica.

$S=[(A.C).(1+B)]+[(\bar{A}.B).(1+C)]$

$S=(A.C)+(\bar{A}.B)$

IDEMPOTENCIA

c) Usar el mismo término varias veces:

$$S = (\overline{A}.\overline{B}) + (\overline{A}.B) + (A.\overline{B})$$

Tomando el primero y el segundo término se tiene:

$$(\overline{A}.\overline{B}) + (\overline{A}.B) = \overline{A}.(\overline{B} + B) = \overline{A}.1 = \overline{A}$$

Tomando el primero y tercer término:

$$(\overline{A}.\overline{B}) + (A.\overline{B}) = \overline{B}.(\overline{A} + A) = \overline{B}.1 = \overline{B}$$

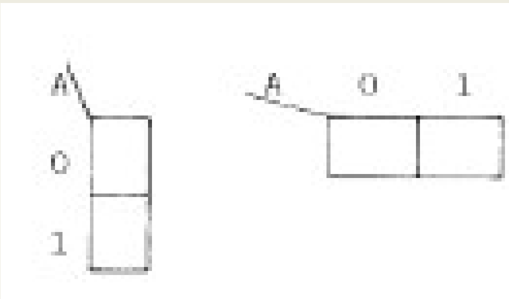
$$\text{Luego}: S = (\overline{A}.\overline{B}) + (\overline{A}.B) + (A.\overline{B}) = [\overline{A}.(\overline{B} + B)] + [\overline{B}.(\overline{A} + A)]$$

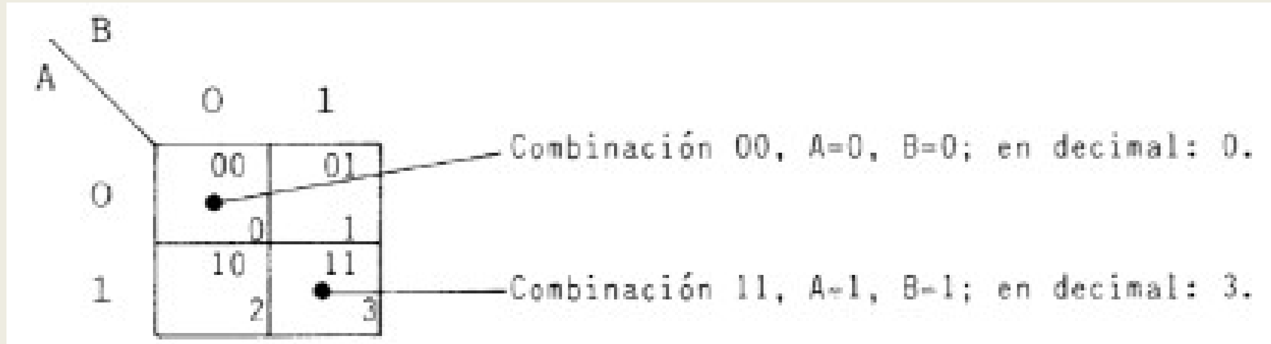
$$S = (\overline{A}.1) + (\overline{B}.1) = \overline{A} + \overline{B}$$

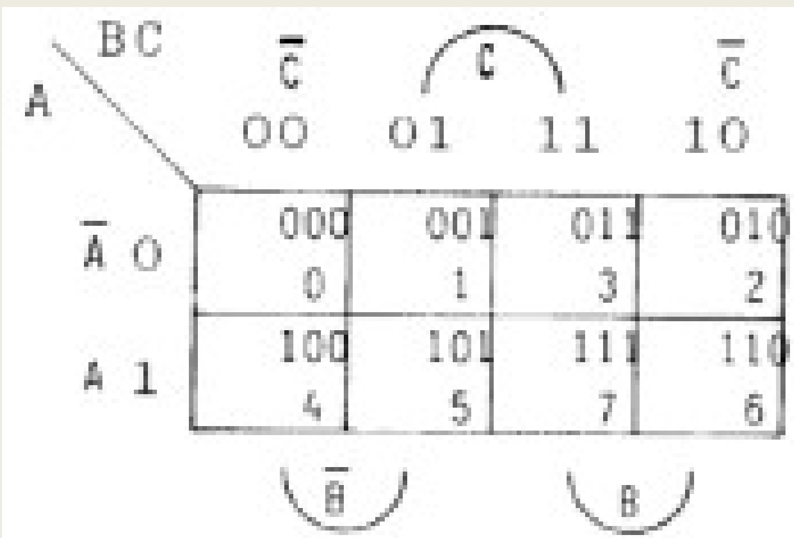
DIAGRAMAS DE KARNAUGH

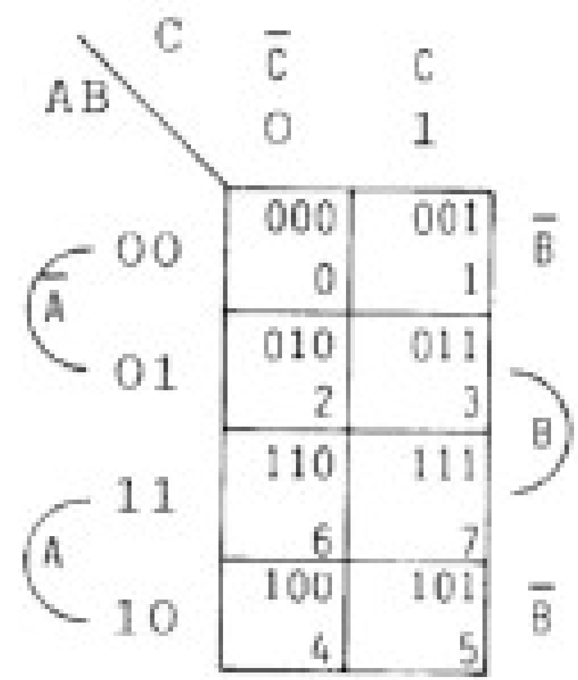
- Los mapas o diagramas de Karnaugh representan el cuadro de funcionamiento mediante un cuadro de ejes cartesianos.
- Contiene todas las combinaciones posibles.
- Cada combinación es un cuadrado en el que se pone el valor que toma la salida para esa combinación de las variables de entrada.
- Siempre se ordena en código Gray para que entre dos casillas sólo cambie el valor de una variable.

DIAGRAMAS DE KARNAUGH

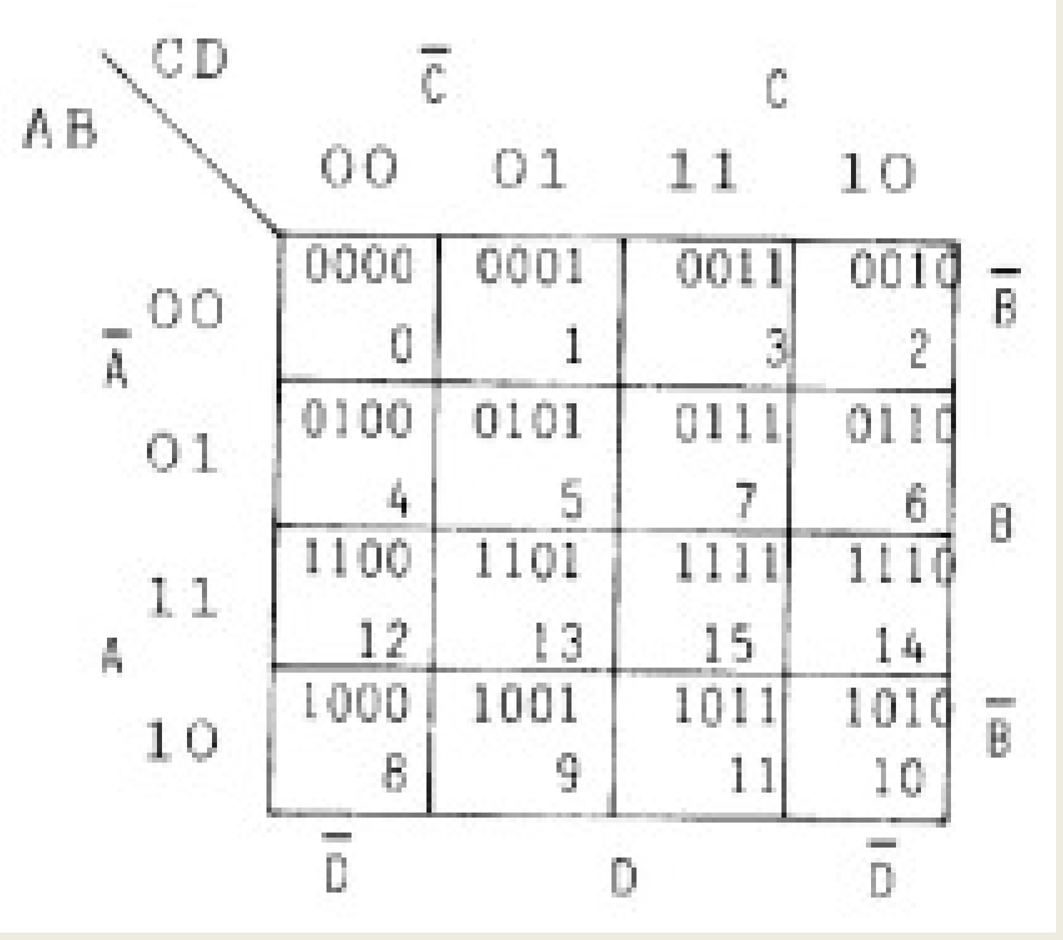




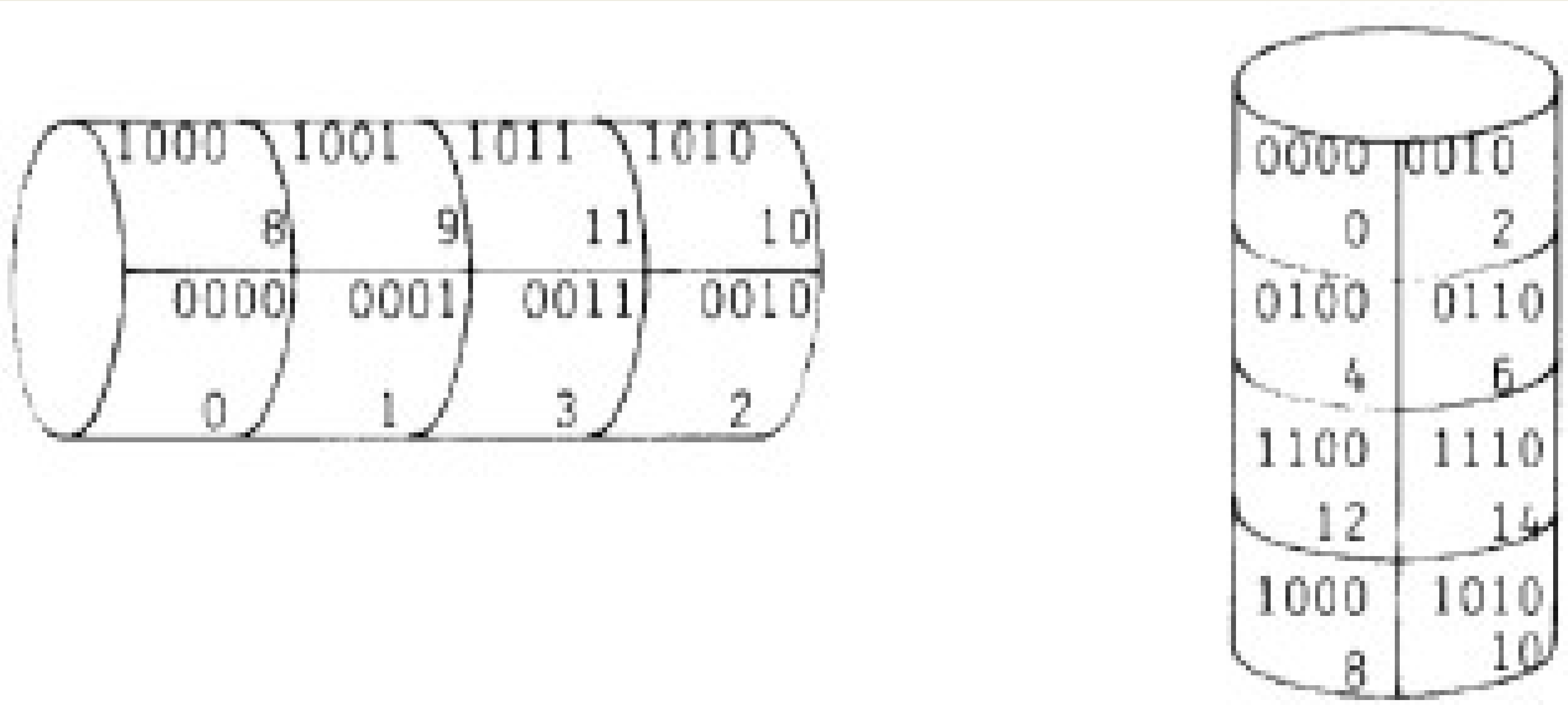




DIAGRAMAS DE KARNAUGH



DIAGRAMAS DE KARNAUGH



SIMPLIFICACIÓN POR KARNAUGH

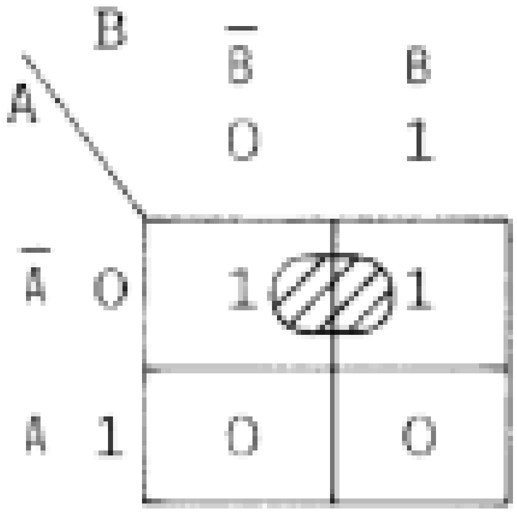
- Para la extracción de la ecuación por los diagramas de Karnaugh se sigue el mismo procedimiento que cuando se sacan por el cuadro de funcionamiento.
- Si nos fijamos en los unos la ecuación saldrá en forma de suma de productos.
- Si nos fijamos en los ceros la ecuación saldrá en forma de producto de sumas.

SIMPLIFICACIÓN POR KARNAUGH

- Una vez construido el cuadro de Karnaugh se agrupan los 1 de tal manera que la figura resultante sea rectangular o cuadrada y que el número de “1” sea de un número 2^n.
- Cada grupo de “1” será el producto de las variables de entrada que no cambien de valor.
- Las variables que dentro de un grupo cambien de valor, se eliminan.
- En un grupo de 2^n unos, se eliminan n variables.

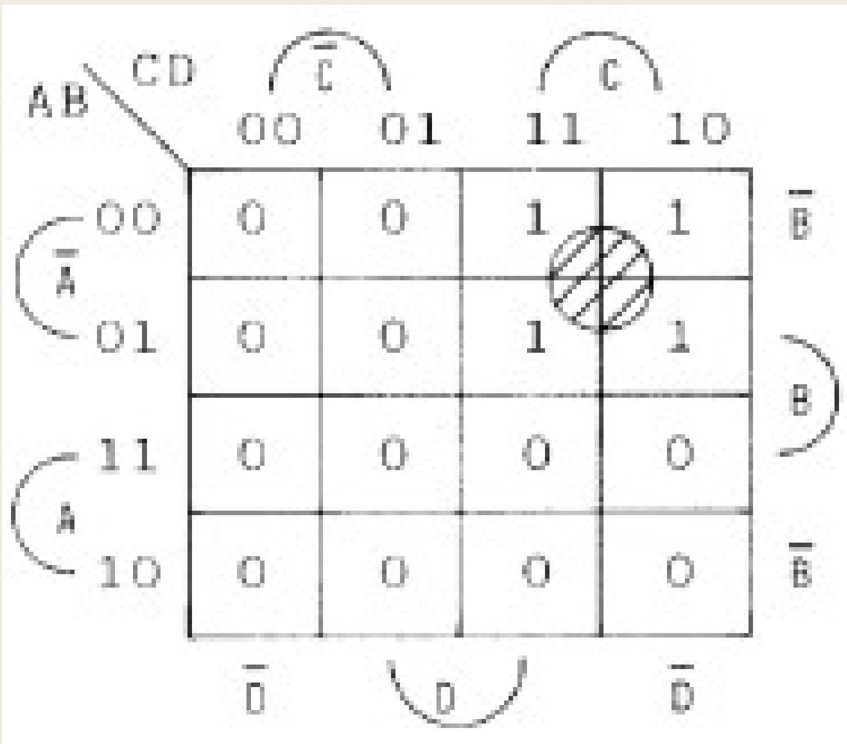
ECUACIÓN SIMPLIFICADA

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0



$S = \bar{A}$

ECUACIÓN SIMPLIFICADA

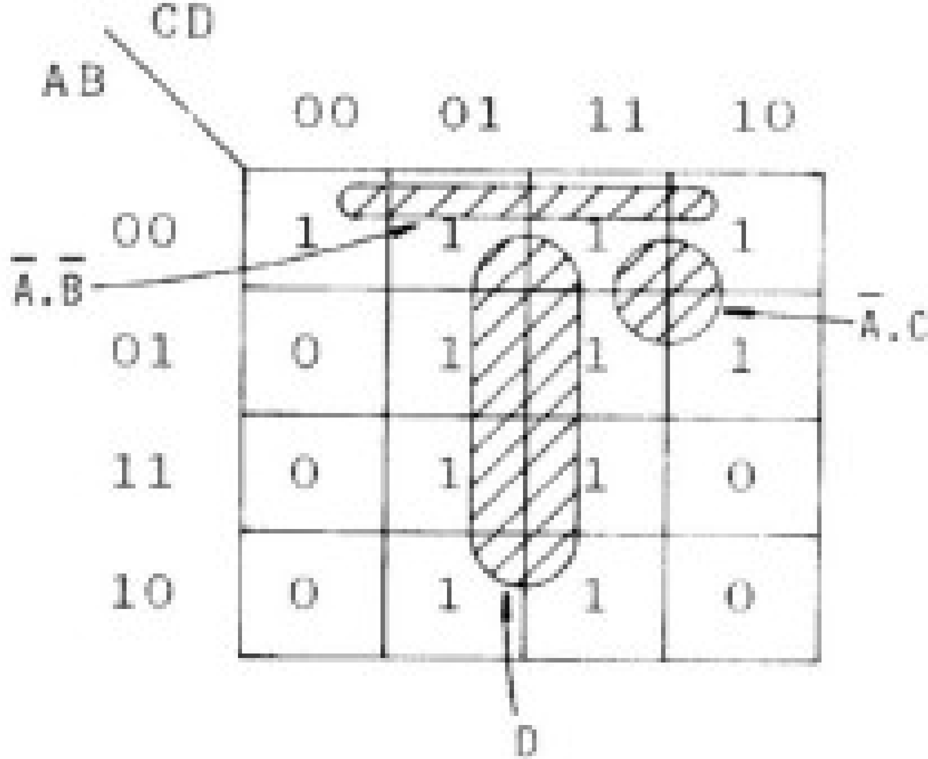


$$S = \bar{A} . C$$

EXPRESIÓN POR MINTERMS

$$f_{(A,B,C,D)} = m(0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 15)$$

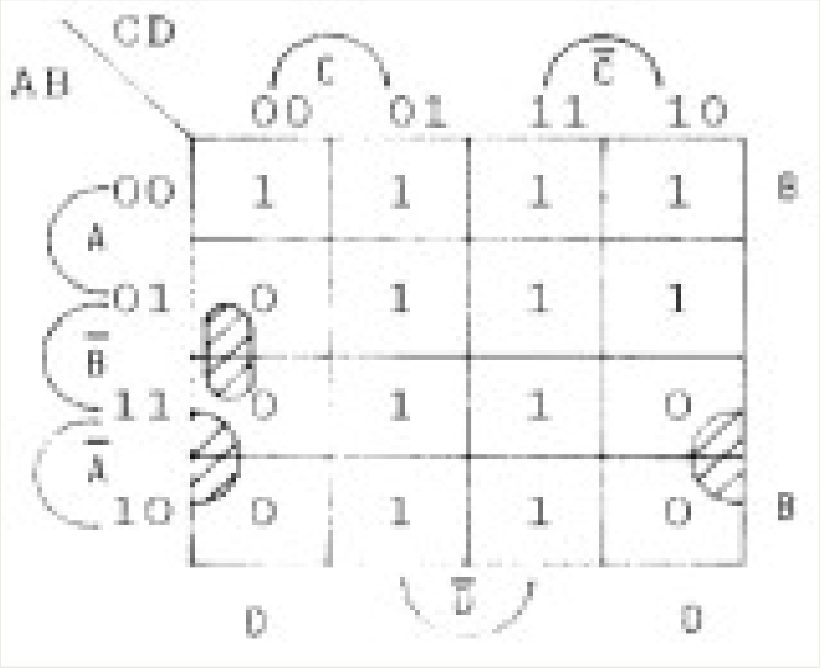
AB \ CD	00	01	11	10
00	1 $_0$	1 $_1$	1 $_3$	1 $_2$
01	0 $_4$	1 $_5$	1 $_7$	1 $_6$
11	0 $_{12}$	1 $_{13}$	1 $_{15}$	0 $_{14}$
10	0 $_8$	1 $_9$	1 $_{11}$	0 $_{10}$



$$S = (\bar{A}\bar{B}) + (\bar{A}C) + D$$

EXPRESIÓN POR MÁXTERMS

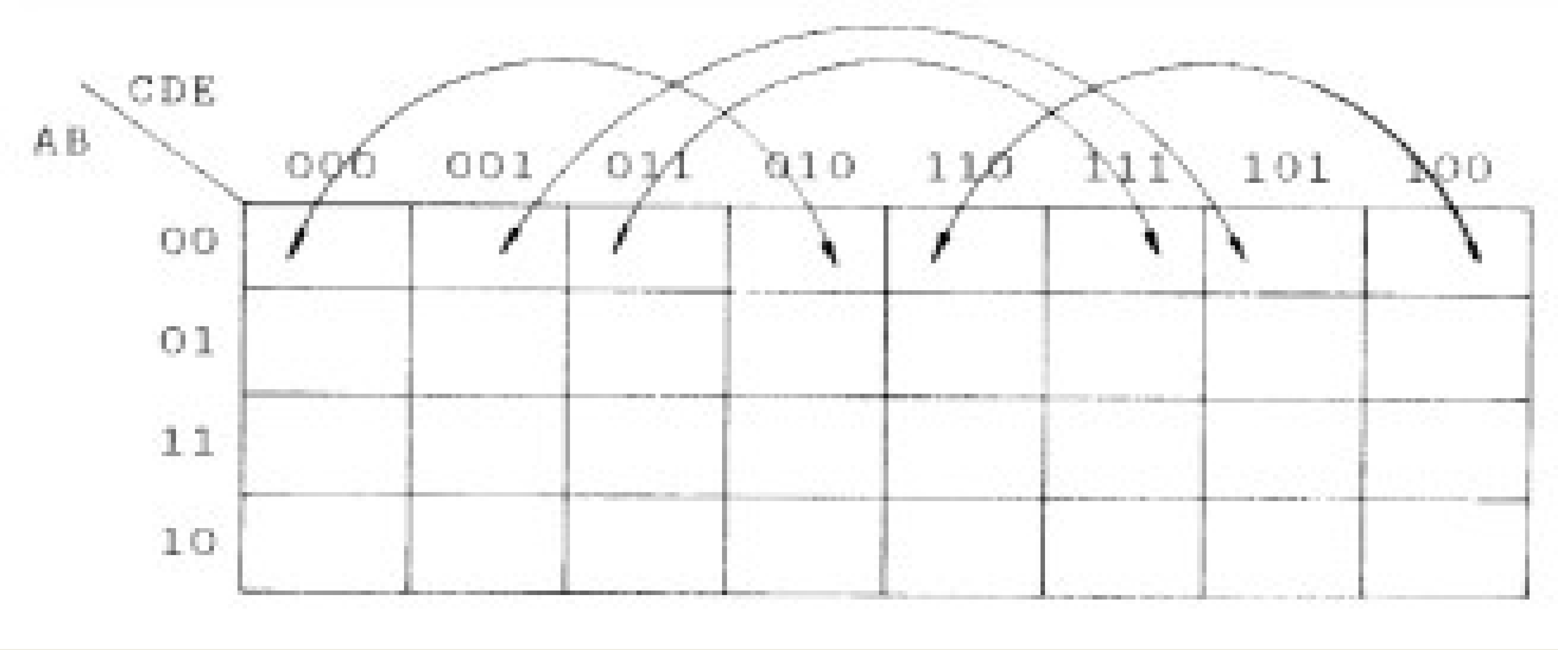
- Todo lo dicho eligiendo los unos de salida puede hacerse también por producto de sumas eligiendo los ceros de la salida.



$$S = (\overline{B} + C + D) \cdot (\overline{A} + D)$$

SIMPLIFICACIÓN TABULAR

- Los diagramas de Karnaugh no son muy útiles cuando se tienen más de cuatro variables, porque aparecen adyacencias en filas y columnas que no están físicamente unidas



MÉTODO QUINE McCLUSKEY

- Tiene el mismo principio de funcionamiento que el de Karnaugh.
- El primer paso es construir el cuadro de funcionamiento.

m	A	B	C	D	E	S
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	1
5	0	0	1	0	1	1
6	0	0	1	1	0	1
7	0	0	1	1	1	1
8	0	1	0	0	0	0
9	0	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0
11	0	1	0	1	1	0
12	0	1	1	0	0	1
13	0	1	1	0	1	0
14	0	1	1	1	0	1
15	0	1	1	1	1	0
16	1	0	0	0	0	1
17	1	0	0	0	1	1
18	1	0	0	1	0	1
19	1	0	0	1	1	1
20	1	0	1	0	0	0
21	1	0	1	0	1	0
22	1	0	1	1	0	0
23	1	0	1	1	1	1
24	1	1	0	0	0	0
25	1	1	0	0	1	0
26	1	1	0	1	0	0
27	1	1	0	1	1	1
28	1	1	1	0	0	0
29	1	1	1	0	1	0
30	1	1	1	1	0	0
31	1	1	1	1	1	1

MÉTODO QUINE McCLUSKEY

- En el siguiente paso se sacan en otra tabla todas las combinaciones que dan "1" en la salida.

	A	B	C	D	E
4	0	0	1	0	0
5	0	0	1	0	1
6	0	0	1	1	0
7	0	0	1	1	1
12	0	1	1	0	0
14	0	1	1	1	0
16	1	0	0	0	0
17	1	0	0	0	1
18	1	0	0	1	0
19	1	0	0	1	1
23	1	0	1	1	1
27	1	1	0	1	1
31	1	1	1	1	1

MÉTODO QUINE McCLUSKEY

- A continuación, una nueva ordenación, agrupándolos en función del número de "1" de cada combinación (indice i).

	A	B	C	D	E	i
4	0	0	1	0	0	1
16	1	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	1	2
6	0	0	1	1	0	2
12	0	1	1	0	0	2
17	1	0	0	0	1	2
18	1	0	0	1	0	2
7	0	0	1	1	1	3
14	0	1	1	1	0	3
19	1	0	1	1	0	3
23	1	0	1	1	1	4
27	1	1	0	1	1	4
31	1	1	1	1	1	5

MÉTODO QUINE McCLUSKEY

- El siguiente paso es comparar cada fila con la de un índice superior y si sólo hay un cambio de variable, se puede hacer una simplificación.

Enlaces	A	B	C	C	E	Diferencia	Indice
4-5	0	0	1	0	X	1	1
4-6	0	0	1	X	0	2	1
4-12	0	X	1	0	0	8	1
16-17	1	0	0	0	X	1	1
16-18	1	0	0	X	0	2	1
5-7	0	0	1	X	1	2	2
6-7	0	0	1	1	X	1	2
6-14	0	X	1	1	0	8	2
12-14	0	1	1	X	0	2	2
17-19	1	0	0	X	1	2	2
18-19	1	0	0	1	X	1	2
7-23	X	0	1	1	1	16	3
19-23	1	0	X	1	1	4	3
19-27	1	X	0	1	1	8	3
23-31	1	X	1	1	1	8	4
27-31	1	1	X	1	1	4	4

MÉTODO QUINE McCLUSKEY

- Se continúa repitiendo el proceso con las filas que nos van quedando, combinadas o no, hasta que no se puedan seguir combinando.

Enlaces	A	B	C	D	E	Difer.
4-5; 6-7	0	0	1	X	X	2
4-6;5-7	0	0	1	X	X	1
4-6;12-14	0	X	1	X	0	8
4-12;6-14	0	X	1	X	0	2
16-17;18-19	1	0	0	X	X	2
16-18;17-19	1	0	0	X	X	1
7-23	X	0	1	1	1	
19-23;27-31	1	X	X	1	1	8
19-27;23-31	1	X	X	1	1	4

MÉTODO QUINE McCLUSKEY

- Se termina eliminado los términos repetidos y se saca la ecuación.
- Se quitan luego términos implicados.

A	B	C	D	E
0	0	1	X	X
0	X	1	X	0
1	0	0	X	X
X	0	1	1	1
1	X	X	1	1

$$S=(\overline{A}.\overline{B}.C)+(\overline{A}.C.\overline{E})+(A.\overline{B}.\overline{C})+(\overline{B}.C.D.E)+(A.D.E)$$

$$S=(\overline{A}.\overline{B}.C)+(\overline{A}.C.\overline{E})+(A.\overline{B}.\overline{C})+(A.D.E)$$

FUNCIONES INCOMPLETAS

- Hay ocasiones en que el problema no define qué valor debe tomar la salida para una determinada combinación.
- En otras ocasiones alguna combinación no es realmente posible.
- Estos son funciones incompletas, porque el cuadro de funcionamiento está sin terminar de definir.
- La manera de terminar el cuadro es colocar una línea horizontal en el lugar de la salida.

FUNCIONES INCOMPLETAS

- En estos casos es obligada la simplificación por Karnaugh.
- Cada línea de indiferencia se puede tomar como cero o como uno según convenga y en cualquier ocasión.